

اثبات قضیه آخر فرما

Proof of Pierre de Fermat’s last theory

نویسنده:پارسا اسمعیلی سفیده خوان

دانشجوی کارشناسی نفت دانشگاه صنعتی سهند

Email: parsa.esmaeilisfx@gmail.com

پاییز 1403

به نام خداوند جان و خرد

قضیه آخر فرما عبارت است از اینکه به ازای معادله $x^n + y^n = z^n$ ، اعداد **x,y,z** به طور همزمان نمیتوانند عددی صحیح باشند مگر اینکه حداقل یکی از آنها صفر باشد .

در ادامه به اثبات این قضیه می پردازیم:

$$x^n + y^n = z^n = (x^{\frac{n}{2}})^2 + (y^{\frac{n}{2}})^2 = (z^{\frac{n}{2}})^2$$

آنگاه سه مقدار $x^{\frac{n}{2}},, y^{\frac{n}{2}}, z^{\frac{n}{2}}$ را میتوان به صورت سه تایی فیثاغورثی (ka,kb,kc) نوشت که در آن k,a,b,c اعدادی طبیعی هستند به طوریکه a,b,c نسبت به هم اول اند

پس برای مقادیر a,b,c داریم :

$$a = 2mn$$

$$\triangle ABC \Rightarrow b = m^2 - n^2 \quad \text{s,t} \quad c > a,b \vee (m,n) = 1$$

$$c = m^2 + n^2$$

با بررسی روابط بالا به این نتیجه میرسیم که یکی از مقادیر m,n باید زوج و دیگری فرد باشد . در غیر اینصورت مقادیر a,b,c دارای عامل مشترک 2 خواهند بود

فرض:

$$m^2 + n^2 \in \{x^2 \ \text{s,t} \ \ x \in \mathbb{Z}\}$$

آنگاه داریم :

$$m^2 + n^2 = (m+k)^2 = m^2 + 2mk + k^2$$

$$m^2 - n^2 = (m-p)^2 = m^2 - 2mp + p^2$$

پس داریم :

$$2mp-p^2=2mk+k^2$$

با فرض $p=(k+n)$ معادله را بازنویسی میکنیم .

$$2m(k+n)-(k+n)^2=2mk+k^2 \rightarrow 2mk+2mn-k^2-2kn-n^2=2mk+k^2$$

پس معادله زیر به دست می آید :

$$n^2-2n(m-k)+2k^2=0$$

با حل معادله بالا به جواب های زیر میرسیم :

$$n=m-k\pm\sqrt{-k^2-2ym+m^2}$$
$$k=\frac{\pm n+\sqrt{-n^2+4mn}}{2}$$
$$m=-\frac{-n^2-2kn-2k^2}{2n}$$

مقادیر m,k,n باید عددی صحیح و بزرگتر از صفر باشند تا با فرضیات مسئله تداخل نکنند ، در این صورت جواب های زیر برای k,n قابل قبول خواهند بود:

$$n=\frac{2}{5}m$$
$$k=\frac{2}{5}m$$

پس مقدار n^2 برای معادله برابر $2km+(k)^2$ خواهد بود :

$$2km+k^2=2(\frac{2}{5}m)m+\frac{4}{25}m^2=\frac{24}{25}m^2$$

که جذر کامل ندارد

پس مقادیر b,c دو عدد فرد هستند که حداقل یکی از آنها مربع کامل نیست ، در نتیجه نسبت به هم حداقل یک عدد اول متمایز دارند که هیچ ریشه حقیقی ای ندارد وچون آن عدد اول فقط برای یکی وجود دارند پس ضریب k نیز نمیتواند هردوی آنها را در یک زمان به صورت توان کاملی از یک عدد صحیح در آورد و از آنجایی که برای مقادیر

$n>2$ باید از ka,kb,kc ریشه گرفته شود تا اعداد x,y,z به دست بیایند در نتیجه این اعداد همزمان نمیتوانند صحیح باشند مگر اینکه حداقل یکی از آن ها صفر باشد.